

柔性曲拱振动测量的双尺度数字图像相关方法*

李婉培¹, 吕中荣¹, 谢培悦¹, 焦柯², 汪利¹

1. 中山大学航空航天学院, 广东 深圳 518107
2. 广东省建筑设计研究院有限公司, 广东 广州 510010

摘要: 以柔性曲拱为研究对象, 提出一种双尺度数字图像相关方法。在整数像素尺度, 通过傅里叶变换快速找到变形参数的像素级初始估计; 在亚像素尺度, 结合像素级初始估计和逆合成高斯-牛顿迭代, 得到亚像素精度的振动测量。在获得结构振动响应后, 使用频域分解方法识别结构的固有频率、振型。最后, 开展柔性曲拱的视觉测量实验, 并辅以激光测振仪测量进行对比分析, 验证了所提方法在柔性结构振动测量和模态辨识中的有效性。

关键词: 数字图像相关方法; 双尺度位移恢复; 柔性大变形结构; 模态辨识

中图分类号: O32 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137 (2024) 02-0108-07

Two-scale digital image correlation method for vibration measurement of flexible curved arch

LI Wanpei¹, LÜ Zhongrong¹, XIE Peiyue¹, JIAO Ke², WANG Li¹

1. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China
2. Guangdong Architectural Design & Research Institute Company Limited, Guangzhou 510010, China

Abstract: A two-scale digital image correlation method based on flexible curved arch is proposed in this paper. In integer pixel scale, the initial estimation of deformation parameters at pixel level is quickly found by Fourier transform. In sub-pixel scale, combined with pixel level initial estimation and inverse synthesis Gaussian-Newton iteration, the deformation measurement results with sub-pixel precision is obtained. After the vibration response of the structure is obtained, the natural frequency and mode of the structure are identified by frequency domain decomposition method. Finally, the visual measurement experiment was conducted on a flexible curved arch, supplemented by comparative analysis of laser vibration measurement, to verify the effectiveness of the proposed method in vibration measurement and modal identification of flexible structures.

Key words: digital image correlation; two-scale displacement recovery; flexible and large deformation structure; modal identification

柔性结构通常由梁、板、杆等组成, 广泛应用于航空航天、土木、机械等领域。比如, 航天器中的太阳能帆板和天线就是典型的柔性结构。柔性结构受到扰动后, 容易发生大幅值且持续时

间较长的振动变形(徐超等, 2017), 因此需要对其加以控制或监测。获取柔性结构的振动响应和模态参数是结构振动控制和监测的前提(聂滋森等, 2020; Zaletelj et al., 2022; 陈信君等, 2023)。

* 收稿日期: 2023-10-24 录用日期: 2023-11-12 网络首发日期: 2023-12-11

基金项目: 广东省重点领域研发计划(2022B0101080001); 国家自然科学基金(11972336)

作者简介: 李婉培(1998年生), 女; 研究方向: 结构振动测量与监测; E-mail: liwp28@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 汪利(1989年生), 男; 研究方向: 结构健康监测和计算力学; E-mail: wangli75@mail.sysu.edu.cn

传统接触式传感器(如加速度计等)安装成本高,空间分辨率有限,会引入额外质量,且难以获得转角信息。为克服接触式传感器的缺陷,非接触视觉测量技术越来越受到工程和学术领域的关注。事实上,非接触视觉测量技术可用于旋转、微型和大型结构的振动测量,具有较高的精度和全场测量的特征,能降低接触传感器带来的在线设备复杂度,是一种新兴的响应测量方法(许畅等, 2014)。作为最广泛应用的视觉测量技术,数字图像相关方法(DIC)是一种基于图像相关准则的全场形状、位移和变形测量的光学方法。由于DIC具有非接触、快速、低成本、可全场测量、实验设置和试样制备简单、对结构日常操作干扰低等优点,不仅使其在实验力学领域的优势超过了相互竞争的干涉光学技术,还使它成为材料科学(肖志斌等, 2021)、生物医学(Palanca et al., 2015; 苏勇等, 2018)、土木工程(孙伟等, 2009; 刘聪等, 2014)、岩土工程(赵程等, 2015)和航空航天工程(丁健等, 2017; 陈新等, 2021)等领域的重要测量手段。

DIC旨在寻找最优变形参数,使得变形前后的图像相关性最大,是一个典型的优化问题。它涉及相关性准则的选取、形函数定义、亚像素强度插值以及优化求解(Pan et al., 2009; Pan, 2010)。其中,在优化求解过程中,Atkinson et al.(2020)考虑了一个模块化的MATLAB代码来解决此算法。逆合成高斯-牛顿(IC-GN)算法因具有更高的亚像素配准精度、更好的抗噪声性能和更高的计算效率,被推荐为实际DIC应用的标准亚像素配准算法。但由于相关性目标函数具有大量局部极值,最终测量结果对初值十分敏感。当变形较小时,可选择初始位移为零;而当变形较大时,零初始位移会导致收敛到错误的结果。因此,需要给出合理的初始变形参数估计。Jiang et al.(2015)通过将用于亚像素配准的IC-GN算法与基于快速傅里叶变换的互相关(FFT-CC)算法相结合来估计初始变形,实现了高精度、高效和鲁棒的全场变形测量,但他们没有考虑到转角的影响。实际工程中,柔性结构往往存在一定的转角。当转角较大时,会导致相关性显著降低,基于平移的相关函数将给出错误的变形测量结果。

本文针对存在一定转角的大变形测量问题,提出了一种新的双尺度DIC方法,使用FFT-CC算法估计整数像素尺度的初始运动参数,并用IC-GN

算法获取亚像素尺度的平移和转角参数。使用DIC测量结构振动响应后,可进一步辨识结构的模态参数,包括频率和振型等。在此方面,本文主要应用频域分解法(FDD, frequency domain decomposition)从响应谱密度中快速提取结构的振型、频率。最后,开展了柔性曲拱的振动测试实验,使用所提双尺度DIC方法测量曲拱的结点位移和转角,获取其模态参数,并将之与激光测振仪测量结果进行对比分析,验证所提方法的准确性和有效性。

1 双尺度图像相关方法

图像相关方法(DIC)主要对变形前后、含有散斑试样的图像子集(也称模板)进行相关性优化分析,估计散斑试样的位移和变形(Elizabeth et al., 2018)。对于柔性结构的变形测量,通常在结点贴上带有散斑的刚性模板,用以测量结点的平移和转角。以变形前的试样模板图像作为参考,其包含 $M \times M$ 个像素,中心点坐标标记为 $P_0(x_0, y_0)$,如图1所示。

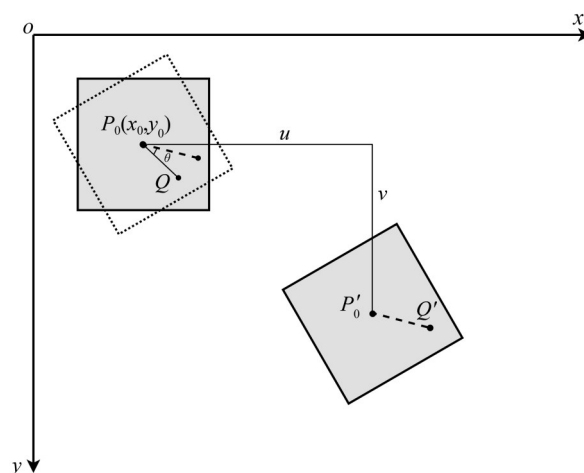


图1 模板的坐标变换示意图

Fig. 1 The coordinate transformation of the template

考虑参考模板上的某点 $Q(x, y)$,模板发生平面平移 (u, v) 和转角 θ 后,对应的变形后坐标 $Q'(x', y')$ 为

$$\begin{cases} x' = x_0 + u + \Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta, \\ y' = y_0 + v - \Delta x \sin \theta + \Delta y \cos \theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$.式(1)可记为形函数表达:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P}), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x} = (x, y)$, $\mathbf{x}' = (x', y')$, $\mathbf{P} = [u \ v \ \theta]^T$ 为待求运动参数。

有了式(2)中的形函数, 接下来需要根据相关性准则来匹配变形前后的模板。在现有文献中, 主要有互相关(CC)和最小平方距离(SSD)两类相关性准则, 研究指出二者是等效的(Pan, 2010)。为了提升对光线亮度变化的抵抗能力, 对模板的像素强度进行零均值归一化处理, 得到零均值归一化的最小平方距离(ZNSSD)准则

$$C_{\text{ZNSSD}}(\mathbf{P}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \left(\frac{f(\mathbf{x}) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right)^2, \quad (3)$$

式(3)中的 Ω 包含参考模板中的所有整数像素点; $f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x}')$ 分别为参考模板和变形模板中像素点上的强度函数; \bar{f} , \bar{g} 为参考模板和变形模板的平均强度值; Δf , Δg 表征参考模板和变形模板强度值的方差, 它们的计算式为

$$\begin{cases} \bar{f} = \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} f(\mathbf{x})}{M^2}, \\ \bar{g} = \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} g(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P}))}{M^2}, \\ \Delta f = \sqrt{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} (f(\mathbf{x}) - \bar{f})^2}, \\ \Delta g = \sqrt{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} (g(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P})) - \bar{g})^2}. \end{cases} \quad (4)$$

注意到, $\mathbf{x} \in \Omega$ 是参考模板上的整数像素点, 但变形后的位置 $\mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P})$ 通常不在变形模板的整数像素点上。实际中, 数字图像的最小单位是像素, 因而还需要对变形模板的强度函数作亚像素插值。已有研究指出, 双三次样条插值显著优于其它双线性或二次多项式插值等(Pan, 2010)。因此, 本文使用双三次样条函数对 $g(\mathbf{x}')$ 进行插值, 获取变形模板在亚像素点上的强度值。

根据式(3)的目标函数, DIC 的运动参数估计表现为最小值优化问题, 即

$$\mathbf{P}^* = \arg \min_{\mathbf{P}} C_{\text{ZNSSD}}(\mathbf{P}). \quad (5)$$

注意到, $C_{\text{ZNSSD}}(\mathbf{P})$ 具有大量的局部极值。对于基于梯度的优化算法, 若不能给出合理的初值, 则会收敛到错误的结果。因此, 当结构变形较小时, 可直接取迭代初值为 0, 即初始运动参数为 0; 但当结构变形较大时, 需要额外给出初始变形估计。考虑柔性结构的大变形振动测量, 本文提出了一种双尺度策略: (1) 在整数像素尺度, 使用基

于快速傅里叶变换的互相关(FFT-CC)算法得到运动的整数像素初始估计; (2) 在亚像素尺度, 结合初始运动估计, 采用逆合成高斯-牛顿(IC-GN)算法实现亚像素精度的运动参数配准。

1.1 整数像素尺度的初始平移估计

对于柔性结构, 相对于结点的平移(u, v), 其转角通常较小, 可令其初值为 0, 即 $\theta_0 = 0$ 。因此, 在整数像素尺度, 主要利用 FFT-CC 算法给出平移的整数像素初始估计(u_0, v_0)。考虑图像的二维傅里叶变换 $F(\varphi, \psi)$ 及其逆变换, 即

$$\begin{cases} F(\varphi, \psi) = \text{FFT}(f(x, y)) \\ \quad = \sum_{(x, y) \in \Omega} f(x, y) e^{-2\pi i(\varphi x + \psi y)}, \\ f(x, y) = \text{IFFT}(F(\varphi, \psi)) \\ \quad = \sum_{(\varphi, \psi)} F(\varphi, \psi) e^{2\pi i(\varphi x + \psi y)}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 φ, ψ 为图像空间频率。注意, 上式中的 $\bar{\Omega}$ 需要包含参考模板 Ω 以及所有可能变形模板的像素点, 其通常是一个比较大的图像区域(比如: 可选为整个图像), 能涵盖参考模板像素点在所有可能的变形参数下的位置。同样, 变形模板 $g(x, y)$ 对应的二维离散傅里叶变换是 $G(\varphi, \psi)$ 。

FFT-CC 利用复频域上的相关准则 $CC_{\text{FC}}(\varphi, \psi)$, 即

$$CC_{\text{FC}}(\varphi, \psi) = \frac{F(\varphi, \psi) G^*(\varphi, \psi)}{|F(\varphi, \psi) G^*(\varphi, \psi)|}, \quad (7)$$

其中 G^* 是 G 的共轭复数。对其作傅里叶逆变换, 便可得到不同整数像素平移下的相关准则 $CC_{\text{fg}}(u, v)$, 进而找到平移的整数像素估计(u_0, v_0), 即

$$(u_0, v_0) = \arg \max \{ CC_{\text{fg}}(u, v) := \text{IFFT}[CC_{\text{FC}}(\varphi, \psi)] \}. \quad (8)$$

至此, 已经得到了运动参数的初始估计 $\mathbf{P}_0 = [u_0, v_0, \theta_0 = 0]$ 。接下来, 将在此初值的基础上, 使用 IC-GN 算法求解式(5)的优化问题。

1.2 亚像素尺度的运动参数配准

逆合成高斯-牛顿(IC-GN)算法由于无需重复计算 Hessian 矩阵, 是一种高效的 DIC 迭代求解算法。在每一迭代步中, 给定参数 $\bar{\mathbf{P}}$, 需要求得参数改变 $\Delta \mathbf{P}$, 以逐步更新参数 $\mathbf{P} = \bar{\mathbf{P}} + \Delta \mathbf{P}$ 。相较于改变变形模板的运动参数, IC-GN 算法反过来更新参考模板的形函数, 即求解优化问题:

$$\tilde{C}_{\text{ZNSSD}}(\widetilde{\Delta P}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \left(\frac{f(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \widetilde{\Delta P})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \bar{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right)^2. \quad (9)$$

考虑到 $\mathbf{W}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{x}$, 对 $f(\mathbf{W}(\mathbf{x}, \widetilde{\Delta P}))$ 进行线性 Taylor 展开, 得

$$f(\mathbf{W}(\mathbf{x}, \widetilde{\Delta P})) = f(\mathbf{x}) + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \widetilde{\Delta P}, \quad (10)$$

式中

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x} & \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial y} \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{P}} = \frac{\partial \mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} \Big|_{\mathbf{P}=\bar{P}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 1 & -\Delta x \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (11)$$

将式(10)代入目标函数(9), 可得线性最小二乘优化问题, 进而求解得到

$$\begin{aligned} \widetilde{\Delta P} = -\mathbf{H}^{-1} & \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}^T \right. \\ & \left. \left[(f(\mathbf{x}) - \bar{f}) - \Delta f \frac{g(\mathbf{W}(\mathbf{x}; \bar{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\mathbf{H} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix} \right\}. \quad (13)$$

显然, Hessian 矩阵 \mathbf{H} 与参数 \bar{P} 无关, 在整个迭代过程中保持不变。注意到, IC-GN 算法更新的是形函数, 即

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}; \mathbf{P}) \leftarrow \mathbf{W}(\mathbf{x}; \bar{P}) \circ \mathbf{W}^{-1}(\mathbf{x}; \widetilde{\Delta P}), \quad (14)$$

式中将 $\mathbf{W}(\mathbf{x}; \widetilde{\Delta P})$ 增量形函数中的参数矩阵求逆后与 $\mathbf{W}(\mathbf{x}; \bar{P})$ 形函数的参数矩阵相乘, 对形函数进行更新。该形函数更新对应的运动参数增量是

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P} = & \left[-\widetilde{\Delta u} \cos(\bar{\theta} - \widetilde{\Delta \theta}) + \widetilde{\Delta v} \sin(\bar{\theta} - \widetilde{\Delta \theta}), \right. \\ & \left. -\widetilde{\Delta u} \sin(\bar{\theta} - \widetilde{\Delta \theta}) - \widetilde{\Delta v} \cos(\bar{\theta} - \widetilde{\Delta \theta}), \widetilde{\Delta \theta} \right], \quad (15) \end{aligned}$$

其中 $\bar{P} = [\bar{u} \quad \bar{v} \quad \bar{\theta}]$, $\widetilde{\Delta P} = [\widetilde{\Delta u} \quad \widetilde{\Delta v} \quad \widetilde{\Delta \theta}]$ 。综上所述, IC-GN 的算法流程为:

(1) 给定整数像素尺度的初始估计 $\bar{P} = P_0 = [u_0, v_0, \theta_0 = 0]$;

(2) 根据式(12)计算形函数更新 $\widetilde{\Delta P}$, 进而根据式(15)计算等效的运动参数增量 ΔP ;

(3) 更新运动参数 $\bar{P} \leftarrow \bar{P} + \Delta P$. 若不满足收敛

条件, 则返回步骤(2); 若达到收敛条件, 则终止迭代。

2 柔性曲拱实验

为了验证所提双尺度 DIC 方法的有效性, 以柔性曲拱为研究对象, 用摄像机拍摄其受到扰动后的振动视频, 基于所提方法从视频中提取柔性曲拱的位移响应, 并进行模态分析, 辨识曲拱的频率和振型。实验布置如图 2 所示, 在平台上固定一根钢条的两端, 形成柔性曲拱, 钢条长 1 m, 宽 30 mm, 厚度 1 mm, 材料为 304 不锈钢, 在钢条的 9 个待测点上粘贴散斑片, 作为视觉测量的模板。散斑片质量轻, 以尽量减小对结构动力特性的影响。采用 ZCAME2-M44K 电影摄影机进行拍摄, 设定相机的帧率为 240 fps, 即相机的采样频率是 240 Hz, 分辨率为 1 920×1 080。

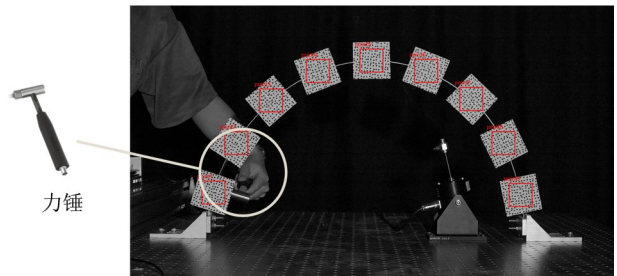


图 2 选取参考模板

Fig. 2 Select a reference subset

用力锤快速锤击圆拱施加瞬态激励, 从施加激励前开始拍摄, 振动到稳定状态停止录制, 存储视频数据以用于进一步分析。选择未施加激励的视频帧中的散斑区域为参考模板, 如图 2 所示。运用所提双尺度 DIC 方法, 获取 9 个测点的振动位移、转角响应, 其时间-响应曲线如图 3 所示。

2.1 模态辨识

将测量的响应进行频域分解 (Brincker et al., 2001), 即首先计算不同频率下的响应谱密度矩阵 $S_x(\omega)$, 然后对谱密度矩阵进行奇异值分解 $S_x(\omega) = \sum_k \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T$, 并绘制奇异值 σ_k 随频率变化的频谱图, 图 4 给出了前 4 阶奇异值随频率变化的曲线。从图中可以看出, 在 Nyquist 频率即 120 Hz 内识别到 6 个明显的峰值, 峰值频率即为曲拱的固有频率, 分别是 $f_1 = 9.4737$ Hz, $f_2 = 21.5949$ Hz, $f_3 = 39.6714$ Hz, $f_4 = 60.3745$ Hz, $f_5 = 85.4818$ Hz, $f_6 = 111.8714$ Hz。模态振型则为固有频率处谱密度矩阵的一阶左奇异向量 \mathbf{u}_1 , 所得振型见图 5。

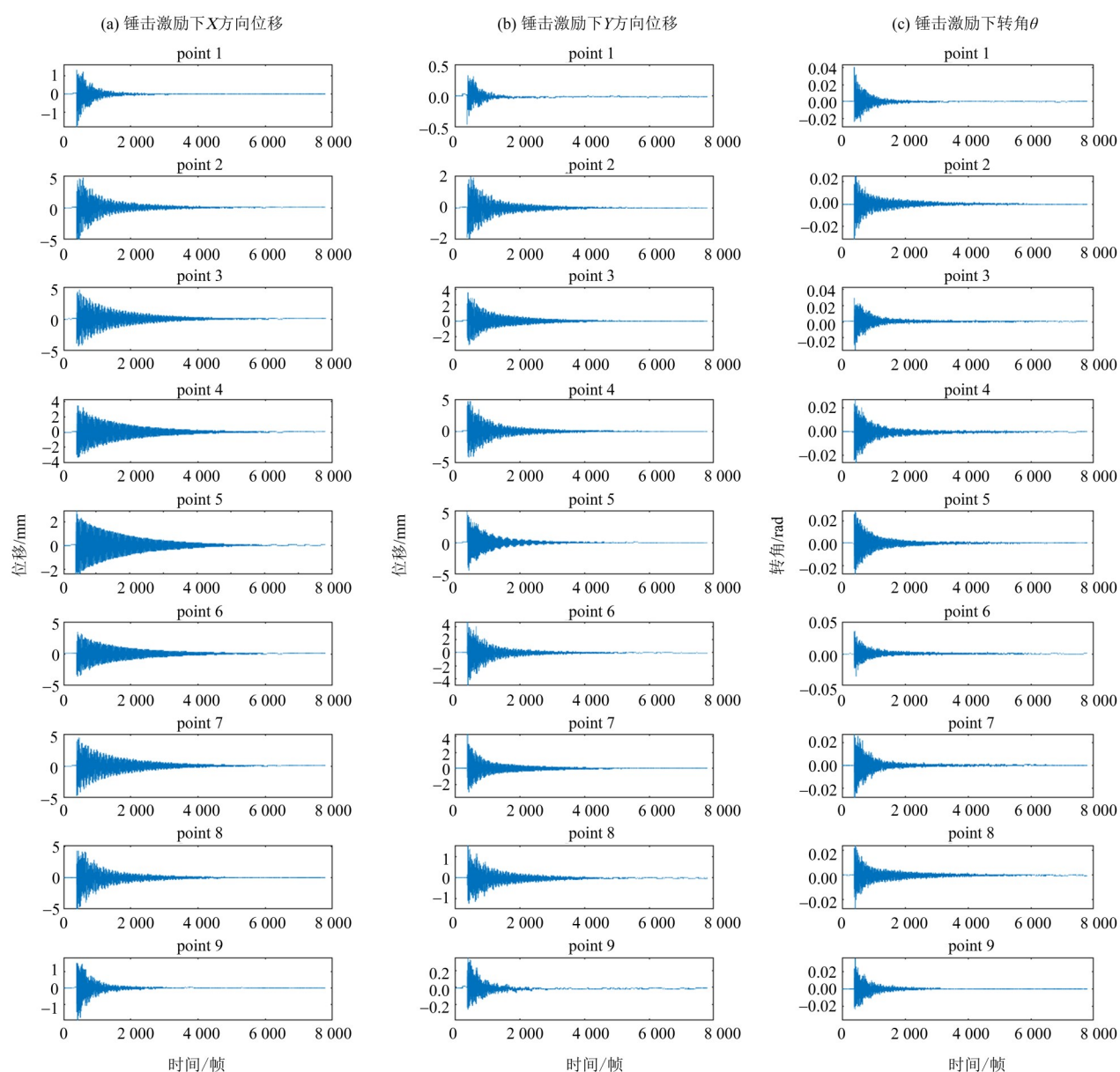


图3 基于DIC方法测量的X、Y方向位移和转角动力响应

Fig. 3 The displacement in the X, Y direction, and rotation angle measured by DIC method

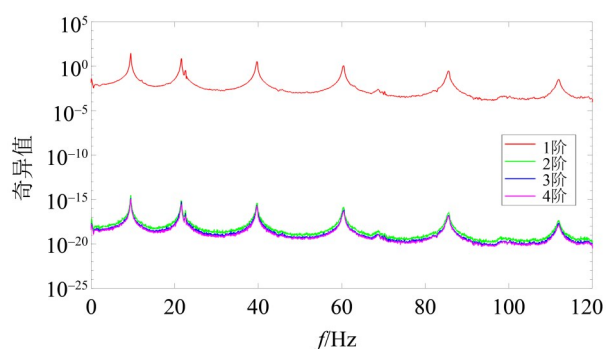


图4 前4阶频率-奇异值曲线

Fig. 4 The first 4th order frequency-response curve

2.2 激光测振仪对比验证

为了验证所提双尺度DIC方法测量结果的准确性, 额外使用激光测振仪对柔性曲拱进行振动测量, 实验设置如图6所示。考虑锤击激励, 激光测振仪可直接得到结构的自振频率, 如表1所示。其中, 相对误差的计算式为

$$\text{相对误差} = \frac{|f(\text{激光测振}) - f(\text{双尺度DIC})|}{f(\text{激光测振})}$$

从表中可以看出, 除第3阶固有频率外, 双尺度DIC方法所得频率与激光测振仪所得频率的相对误差均小于0.2%, 第3阶频率的相对误差也在1%左右。这意味双尺度DIC方法所得频率是正确

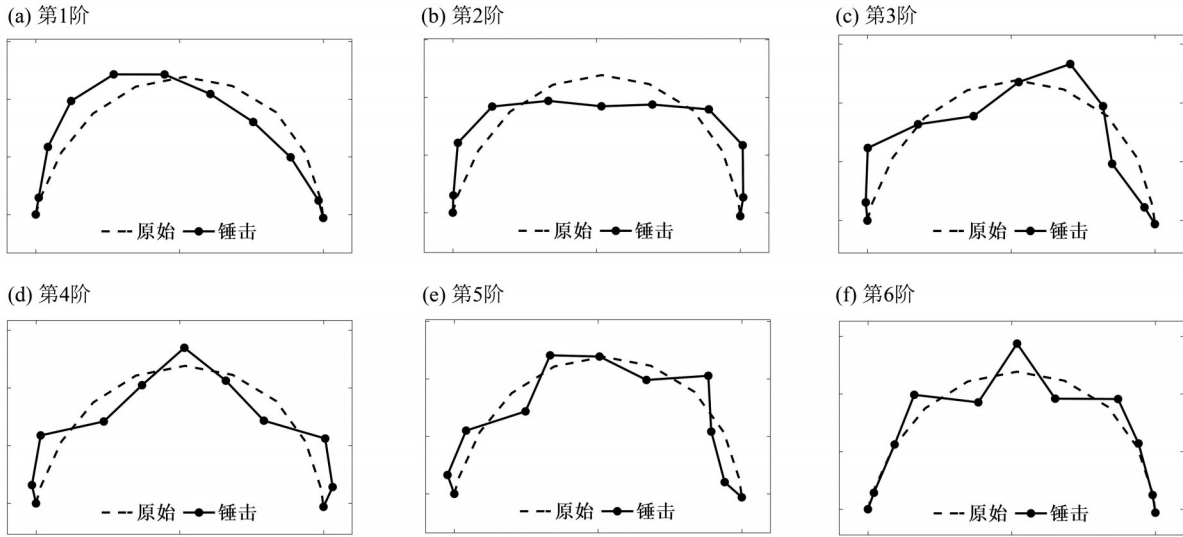


图 5 曲拱的振型识别结果

Fig. 5 The mode shape identification results of curved arch

可靠的, 从侧面验证了所提振动测量方法的有效性。注意到, 虽然激光测振仪也是非接触测量, 但它无法同时测量多个测点上的振动, 尤其无法获取转角信息。但基于视觉的 DIC 测量方法却能克服这些困难, 可同时获得多个结点以及转角的振动信息。因此, 双尺度 DIC 方法是一种行之有效的柔性结构振动测量方法。

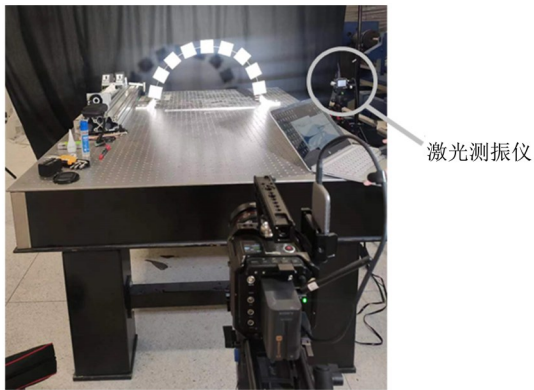


图 6 激光测振仪实验

Fig. 6 Laser vibrometer experiment

3 结 论

本文以柔性曲拱为研究对象, 研究柔性大变形结构的非接触视觉测量技术。针对柔性结构可能发生的转角和大平移, 提出了双尺度 DIC 方法。首先, 根据 FFT-CC 快速获取整数像素的初始平移估计; 然后在初始估计的基础上, 使用 IC-GN 算

表 1 不同测量方式测得的前 6 阶频率

Table 1 The first sixth-order frequencies measured by different measurement method

模态阶次	f (激光测振)	f (双尺度 DIC)	
	频率/Hz	频率/Hz	相对误差/%
第 1 阶	9.486 3	9.473 7	0.132 9
第 2 阶	21.607 7	21.594 9	0.059 3
第 3 阶	39.263 5	39.671 4	1.033 5
第 4 阶	60.373 5	60.374 5	0.001 7
第 5 阶	85.365 1	85.481 8	0.136 6
第 6 阶	111.876 5	111.871 4	0.004 6

法迭代得到亚像素精度的运动参数。最后, 通过柔性曲拱锤击振动实验, 开展模态分析, 并与激光测振仪的结果进行对比, 得到以下结论:

(1) 所提双尺度 DIC 方法能够快速测量柔性结构结点处的平移和转角响应;

(2) 结合频域分解方法, 能够从测量响应中快速提取结构的频率、振型等模态参数。与激光测振仪的频率结果对比发现, 相对误差大致在 1% 以内, 这也从侧面验证了所提双尺度 DIC 振动测量方法的准确性。

获取振动响应和模态参数是结构控制和监测的关键一环。因此, 本文的双尺度 DIC 方法有望为柔性结构振动控制和监测提供切实有效的测量手段。

参考文献:

- 陈新,许巍,何玉怀,2021. 基于DIC的超高频振动疲劳试样动态全场应变测量方法[J]. 实验力学, 36(5): 677-685.
- 陈信君,吕中荣,汪利,2023. 基于加速度信号分解和正则化的宽频位移重构方法[J]. 中山大学学报(自然科学版)(中英文), 62(5): 128-135.
- 丁健,罗文波,袁宝峰,等,2017. 数字图像相关测量方法及其在航天器结构微变形测量中的应用[J]. 计量学报, 38(S1): 89-93.
- 刘聪,陈振宁,何小元,2014. 3D-DIC在土木工程力学性能试验研究中的应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 44(2): 339-344.
- 聂滋森,李冬安,曹明志,等,2020. 基于频率数据与稀疏正则化的悬臂梁损伤识别[J]. 中山大学学报(自然科学版)(中英文), 59(6): 148-153.
- 孙伟,何小元,2009. 数字图像相关方法在土木测试领域中的实验研究[J]. 南京航空航天大学学报, 41(2): 271-275.
- 苏勇,张青川,伍小平,2018. 数字图像相关技术的一些进展[J]. 中国科学:物理学, 48(9): 29-53.
- 许畅,王聪,高晶波,等,2014. 基于摄像测量法的在轨柔性结构模态参数辨识[J]. 哈尔滨工业大学学报, 46(11): 17-23.
- 徐超,张一凡,韩晓明,等,2017. 基于机器视觉的大柔性结构振动位移测量[J]. 振动测试与诊断, 37(4): 781-786+846.
- 肖志斌,武丽丽,裘雄伟,等,2021. 数字图像相关法在复合材料研究中的应用进展[J]. 理化检验(物理分册), 57(5): 39-45+49.
- 赵程,鲍冲,松田浩,等,2015. 数字图像技术在节理岩体裂纹扩展试验中的应用研究[J]. 岩土工程学报, 37(5): 944-951.
- ATKINSON D, BECKER T, 2020. A 117 line 2D digital image correlation code written in MATLAB [J]. Remote Sens, 12(18): 2906.
- BRINCKER R, ZHANG L M, ANDERSEN P, 2001. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition [J]. Smart Mater Struct, 10(3): 441-445.
- ELIZABETH M C J, IADICOLA M A, 2018. A good practices guide for digital image correlation[M/OL].<https://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1.cn>.
- JIANG Z Y, QIAN K M, MIAO H, et al, 2015. Path-independent digital image correlation with high accuracy, speed and robustness [J]. Opt Lasers Eng, 65: 93-102.
- PAN B, QIAN K, XIE H, et al, 2009. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: A review [J]. Meas Sci Technol, 20: 062001.
- PAN B, 2010. Recent progress in digital image correlation [J]. Exp Mech, 51(7): 1223-1235.
- PALANCA M, TOZZI G, CRISTOFOLINI L, 2015. The use of digital image correlation in the biomechanical area: A review [J]. Inter Biomech, 3(1): 1-21.
- ZALETELJ K, SLAVIČ J, BOLTEŽAR M, 2022. Full-field DIC-based model updating for localized parameter identification [J]. Mech Syst Signal Proce, 164: 108287.

(责任编辑 王海蓉)